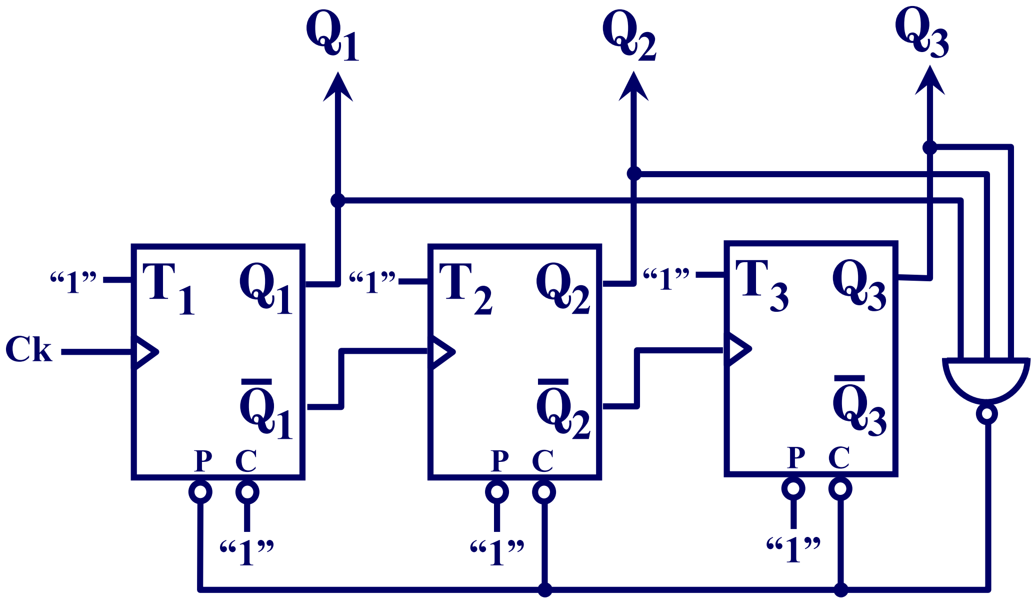
# Fundamentos de computadores

## Problemas del tema 5: Circuitos integrados secuenciales

## Contadores

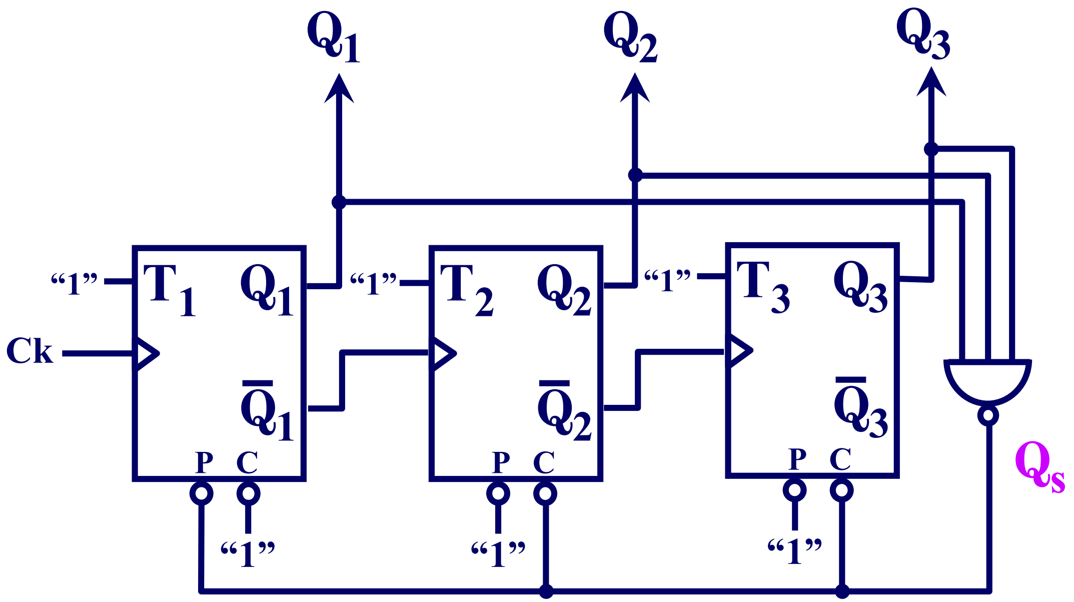
# Problema 1.Análisis de un contador truncado

**Obtener, razonadamente, el grafo de estados (diagrama de estados) del circuito de la figura.**

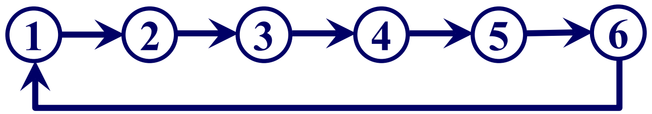


# Problema 1. Análisis de un contador truncado (Cont.)

**Solución:**



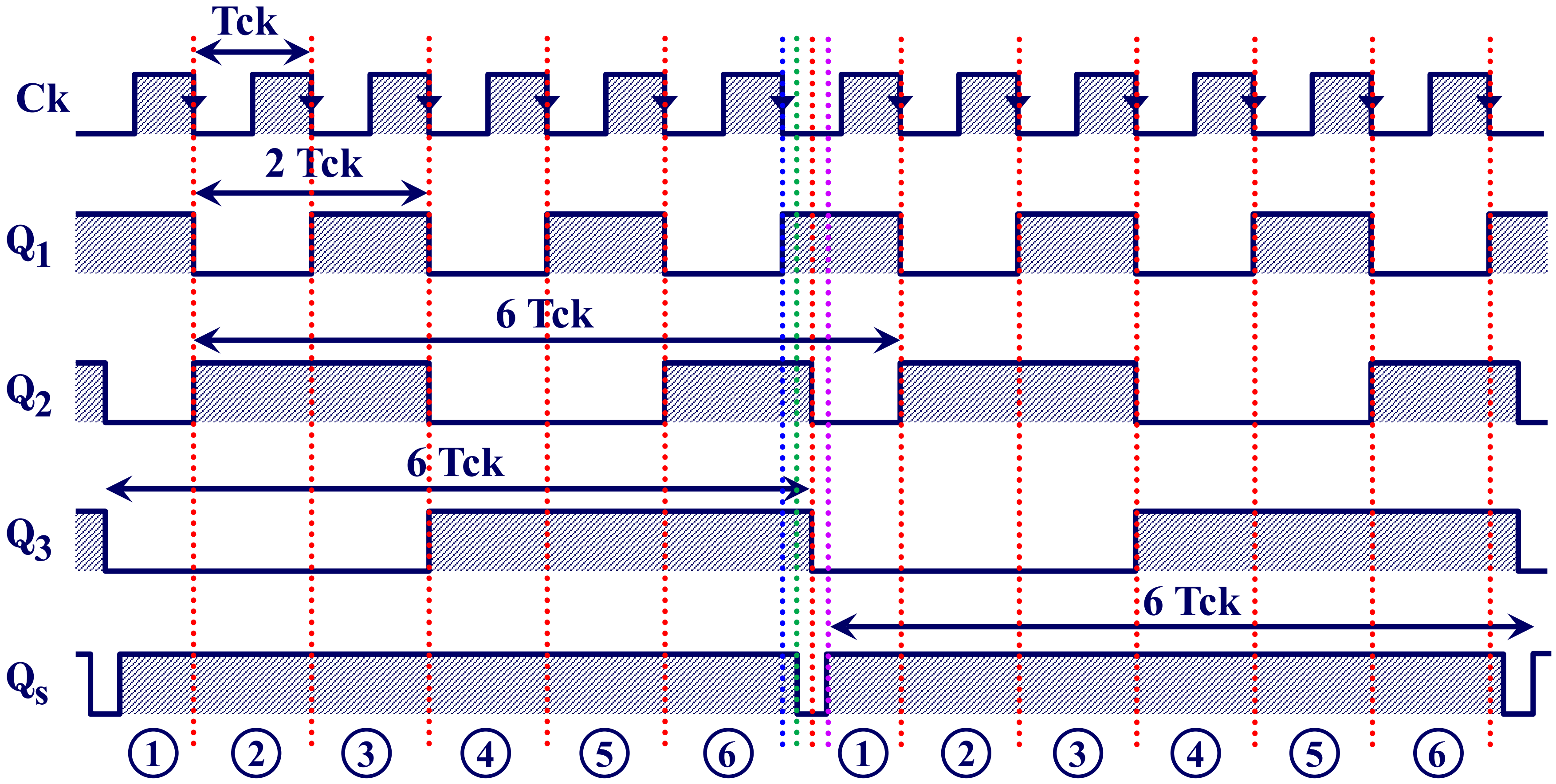

$Q_i^{t+1} = T_i \oplus Q_i^t = \text{“1”} \oplus Q_i^t = \overline{Q}_i^t$ y viendo la forma en que están sincronizados los biestables podemos asegurar que se trata de un "<u>contador asíncrono UP de módulo 6</u>" (inicialización asíncrona desde el estado 7 al 1).




<u>Existirán salidas divisoras en frecuencia por los factores 2 ($Q_1$) y 6 ($Q_3$ y $Q_s$).</u>

# Problema 1. Análisis de un contador truncado (Cont.)

**Solución:** Cronograma en las salidas del circuito:



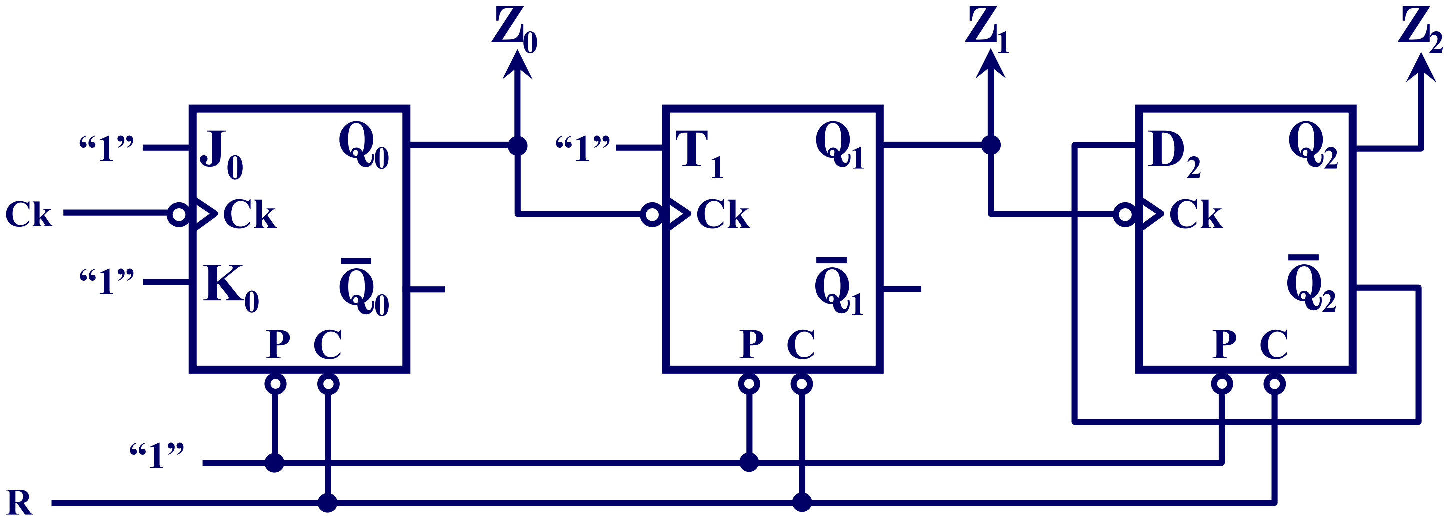

$T_{Q_1} = 2\ Tck \Rightarrow f_{Q_1} = fck / 2$

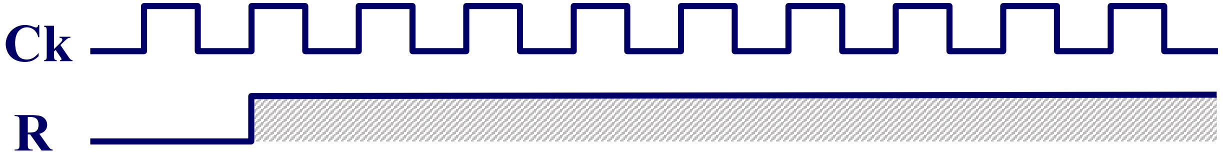
$T_{Q_2} = 6\ Tck \Rightarrow$ NO DIVISORA

$T_{Q_3} = T_{Q_S} = 6\ Tck \Rightarrow f_{Q_3} = f_{Q_S} = fck / 6$

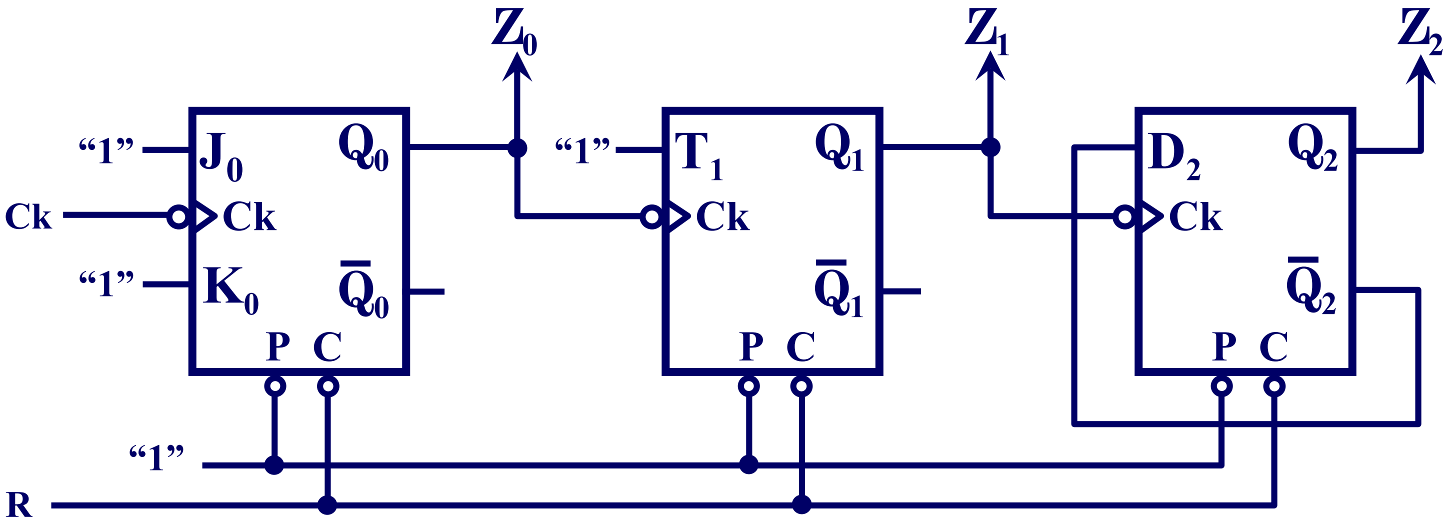
# Problema 2. Análisis de un contador asíncrono.

**Obtener el grafo de estados del circuito de la figura, completando para ello el cronograma adjunto:**



**Solución.**



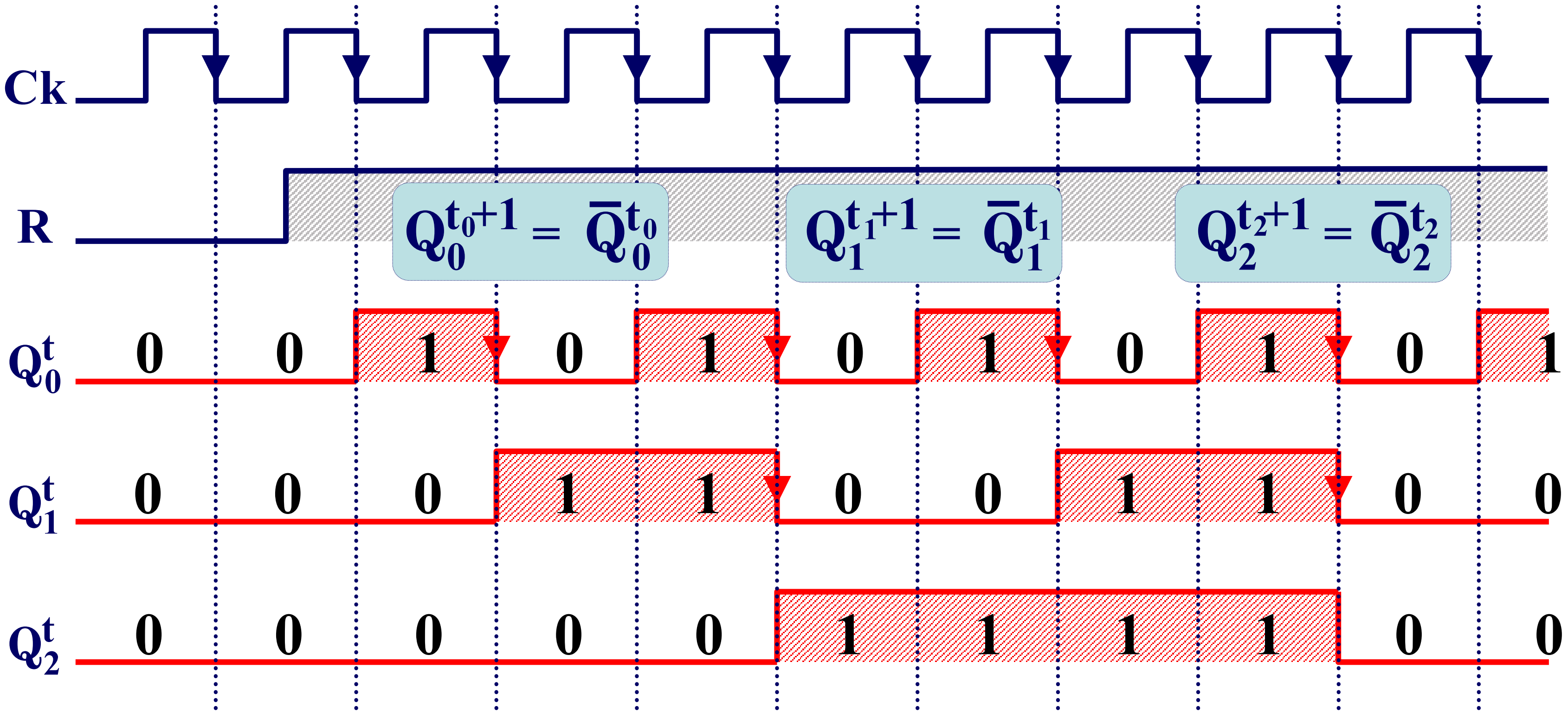

$$Q_0^{t_0+1} = Q_{JK}^{t_0+1} = J_0\overline{Q}_0^{t_0} + \overline{K}_0 Q_0^{t_0} = 1\cdot\overline{Q}_0^{t_0} + \underbrace{\overline{1}\cdot Q_0^{t_0}}_{\text{“0”}} = \overline{Q}_0^{t_0}$$

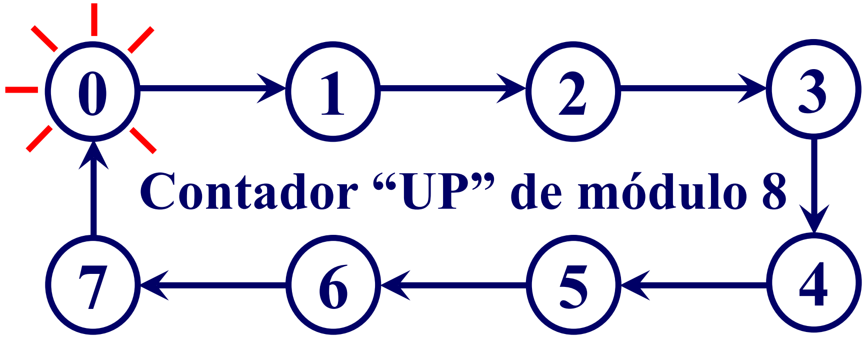
$$Q_1^{t_1+1} = Q_T^{t_1+1} = T_1 \oplus Q_1^{t_1} = 1 \oplus Q_1^{t_1} = \overline{Q}_1^{t_1}$$

$$Q_2^{t_2+1} = Q_D^{t_2+1} = D_2 = \overline{Q}_2^{t_2}$$

# Problema 2. Análisis de un contador asíncrono (cont.).

**Solución.**



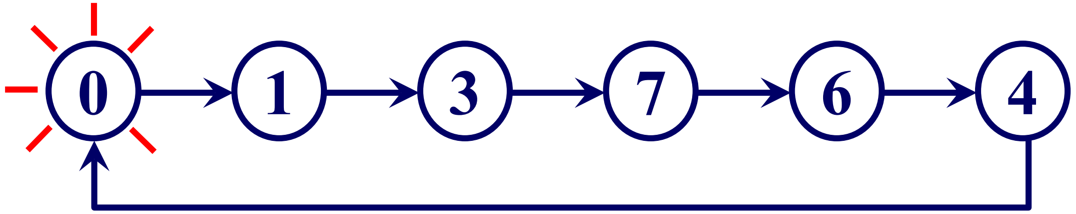

R es una entrada de puesta a cero –inicialización- asíncrona, activa a nivel bajo.

# Problema 3. Diseño de un contador

## Diseñar un contador Johnson de 3 bits (con biestables J-K)

**Solución.**

| Equivalencia decimal | Código Johnson |
|---|---|
| 0 | 000 |
| 1 | 001 |
| 2 | 011 |
| 3 | 111 |
| 4 | 110 |
| 5 | 100 |




### Tabla de transiciones

| $Q_2^t$ | $Q_1^t$ | $Q_0^t$ | $Q_2^{t+1}$ | $Q_1^{t+1}$ | $Q_0^{t+1}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | x | x | x |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | x | x | x |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Estados "indeterminados"

### Ecuaciones del siguiente estado

| $Q_2^t \backslash Q_1^tQ_0^t$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | $_0$ | $_1$ | $1_3$ | $x_2$ |
| 1 | $_4$ | $x_5$ | $1_7$ | $1_6$ |

$$Q_2^{t+1} = Q_1^t$$

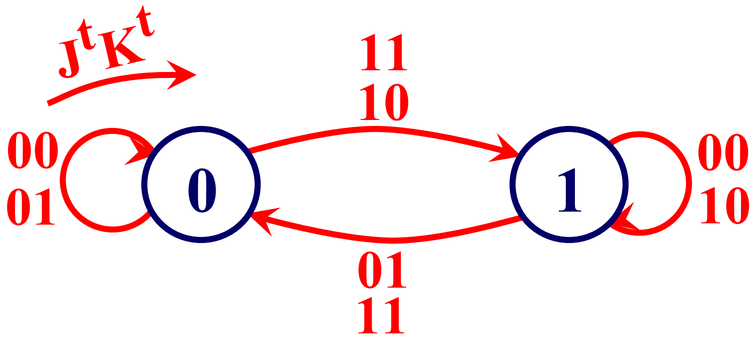
| $Q_2^t \backslash Q_1^tQ_0^t$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | $_0$ | $1_1$ | $1_3$ | $x_2$ |
| 1 | $_4$ | $x_5$ | $1_7$ | $_6$ |

$$Q_1^{t+1} = Q_0^t$$

| $Q_2^t \backslash Q_1^tQ_0^t$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | $1_0$ | $1_1$ | $1_3$ | $x_2$ |
| 1 | $_4$ | $x_5$ | $_7$ | $_6$ |

$$Q_0^{t+1} = \overline{Q}_2^t$$

**<u>Solución.</u>** **Ecuaciones de las entradas de los tres biestables J-K:**




| $Q_2^t$ | $Q_1^t$ | $Q_0^t$ | $Q_2^{t+1}$ | $Q_1^{t+1}$ | $Q_0^{t+1}$ | $J_2^t$ | $K_2^t$ | $J_1^t$ | $K_1^t$ | $J_0^t$ | $K_0^t$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0(0) | x(1) | 0(0) | x(1) | 1(1) | x(0) |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0(0) | x(1) | 1(1) | x(0) | x(1) | 0(0) |
| 0 | 1 | 0 | x | x | x | x(1) | x(0) | x(0) | x(1) | x(1) | x(0) |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1(1) | x(0) | x(1) | 0(0) | x(1) | 0(0) |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | x(0) | 1(1) | 0(0) | x(1) | 0(0) | x(1) |
| 1 | 0 | 1 | x | x | x | x(0) | x(1) | x(1) | x(0) | x(0) | x(1) |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | x(1) | 0(0) | x(0) | 1(1) | 0(0) | x(1) |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | x(1) | 0(0) | x(1) | 0(0) | x(0) | 1(1) |

$$J_2^t = Q_1^t$$

$$K_2^t = \overline{Q}_1^t$$

$$J_1^t = Q_0^t$$

$$K_1^t = \overline{Q}_0^t$$

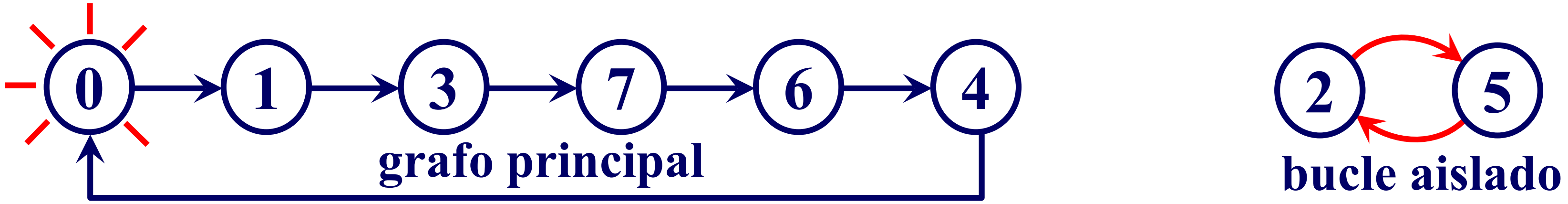
$$J_0^t = \overline{Q}_2^t$$

$$K_0^t = Q_2^t$$

**Solución.** **Estudio de los estados indeterminados:**

$$\left.\begin{aligned} Q_2^{t+1} &= Q_1^t \\ Q_1^{t+1} &= Q_0^t \\ Q_0^{t+1} &= \overline{Q}_2^t \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

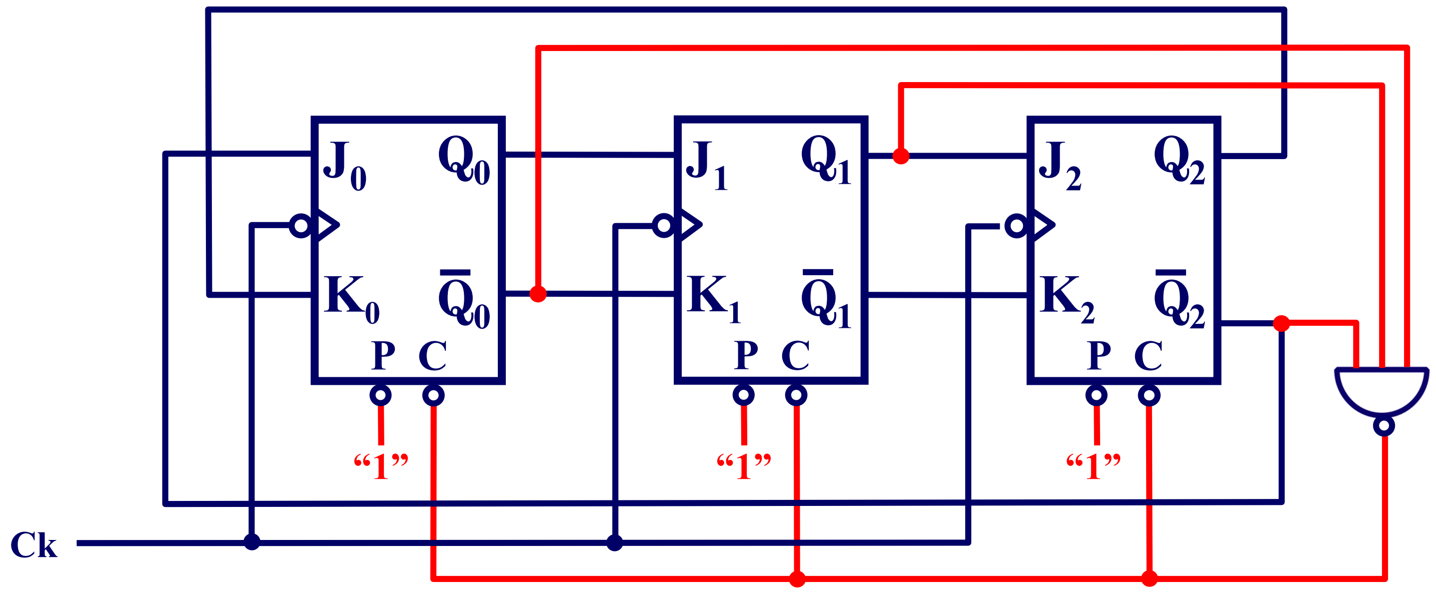
| $Q_2^t$ | $Q_1^t$ | $Q_0^t$ | $Q_2^{t+1}$ | $Q_1^{t+1}$ | $Q_0^{t+1}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |

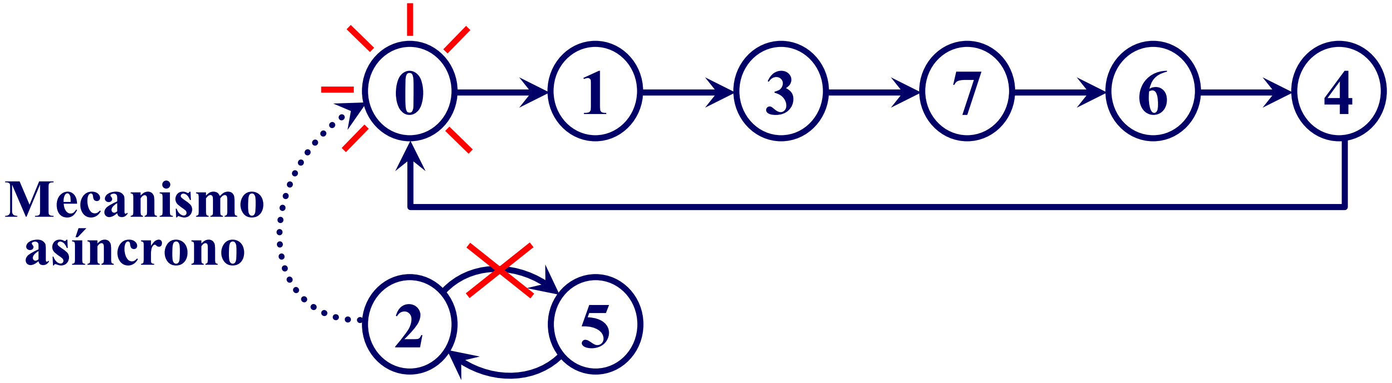



**En la práctica <u>no se deben dejar "bucles aislados" ó "islas de estados" separadas del grafo principal</u>.**

**¿Alternativas?, se considera esta situación en el momento de obtener la tabla de transiciones , o bien, posteriormente, una vez hecho el diseño, se añade algún mecanismo que detecte si el autómata entra en un bucle o isla y lo enlace automáticamente con el grafo principal.**

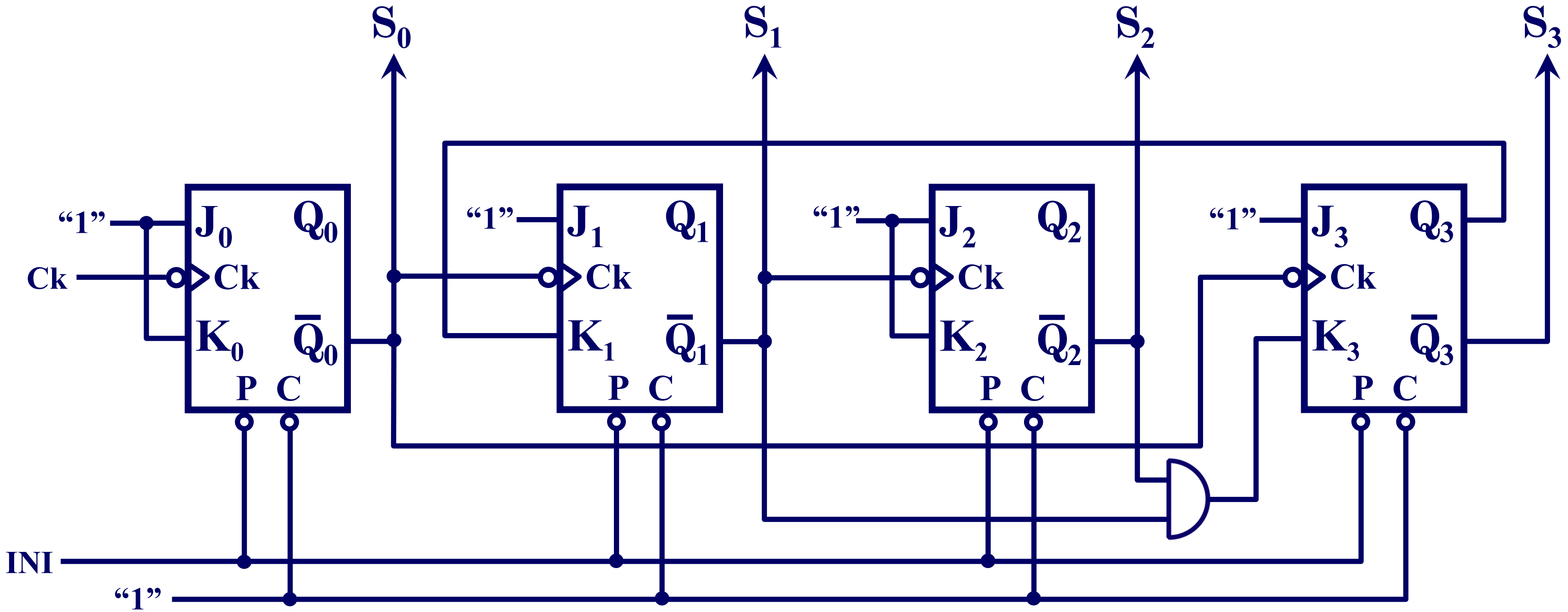
**Solución.**

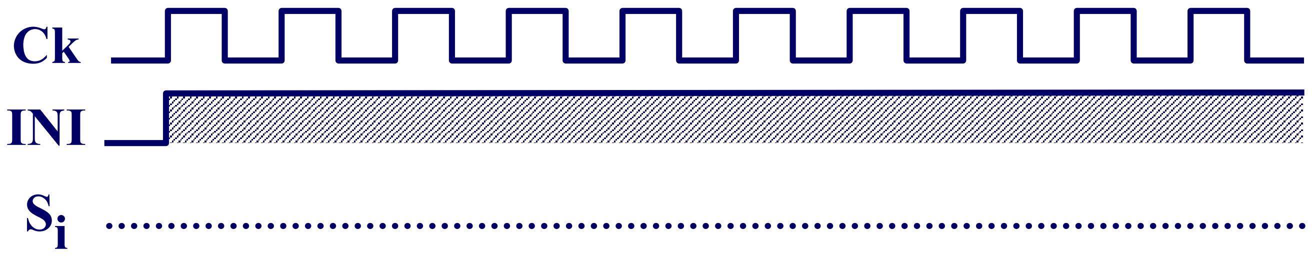

J0
Q0
K0
Q̄0
P C
"1"
J1
Q1
K1
Q̄1
P C
"1"
J2
Q2
K2
Q̄2
P C
"1"
Ck


0
1
3
7
6
4
Mecanismo asíncrono
2
5

# Problema 4. Análisis de un contador asíncrono

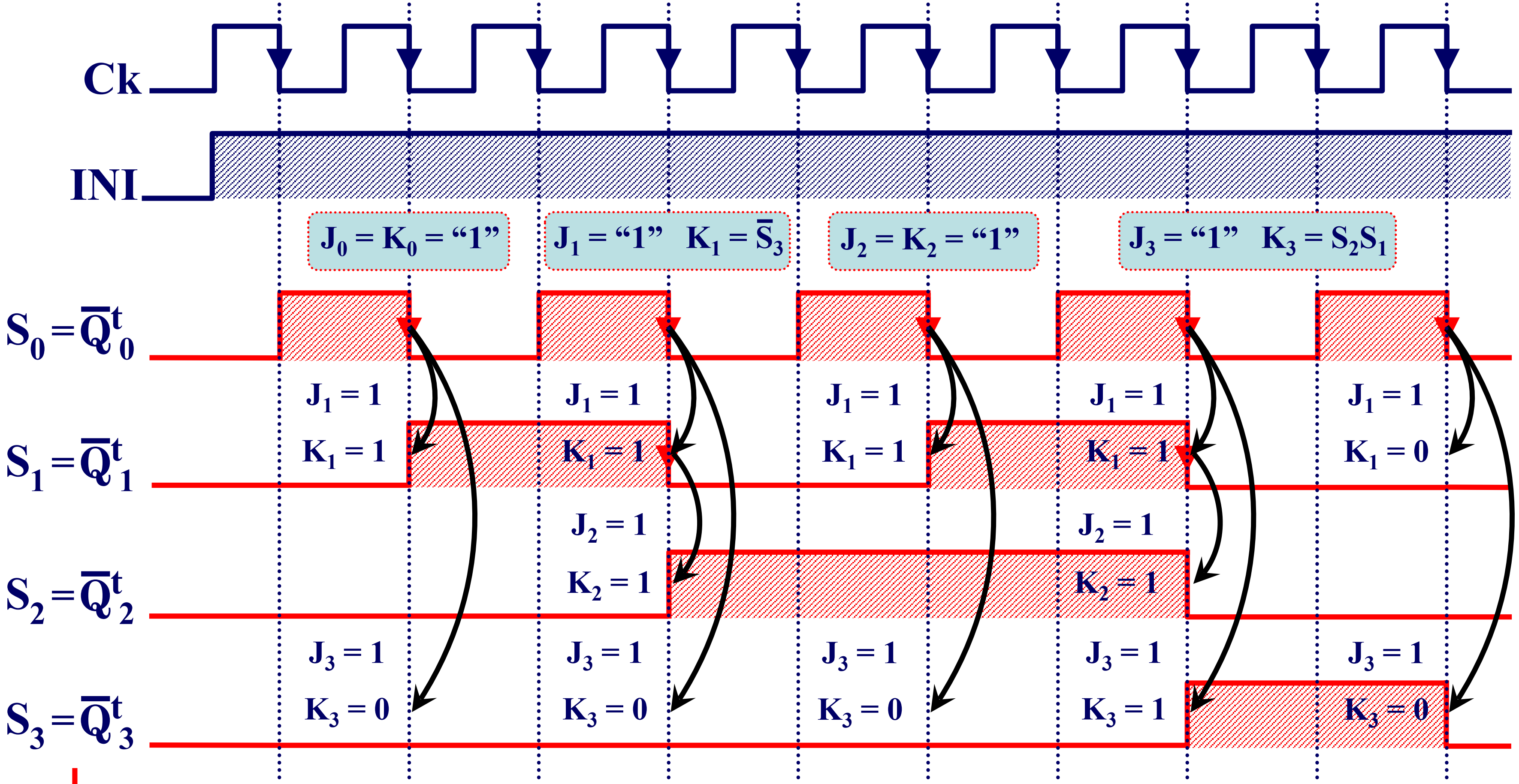
**Obtener el grafo de estados del circuito de la figura, completando para ello el cronograma adjunto:**

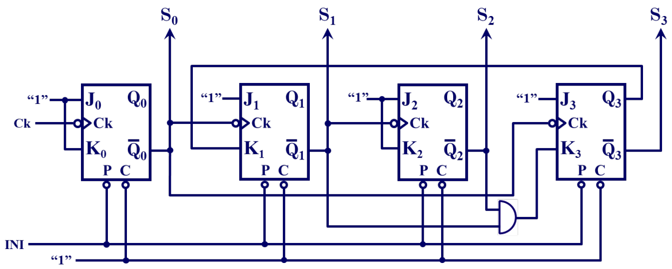


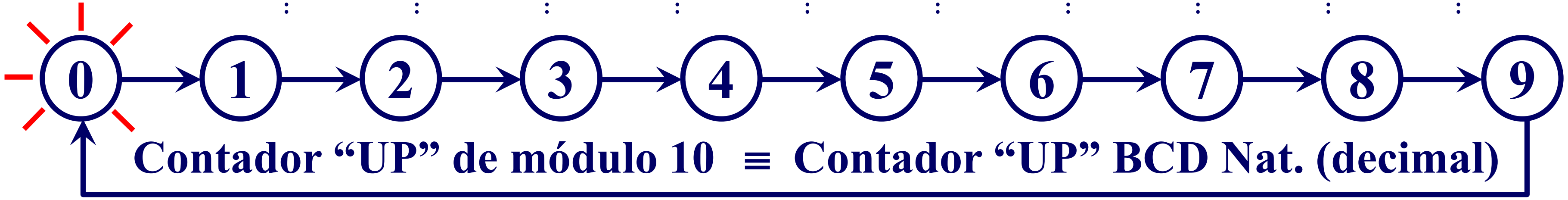



# Problema 4. Análisis de un contador asíncrono(Cont.).

**Solución:**



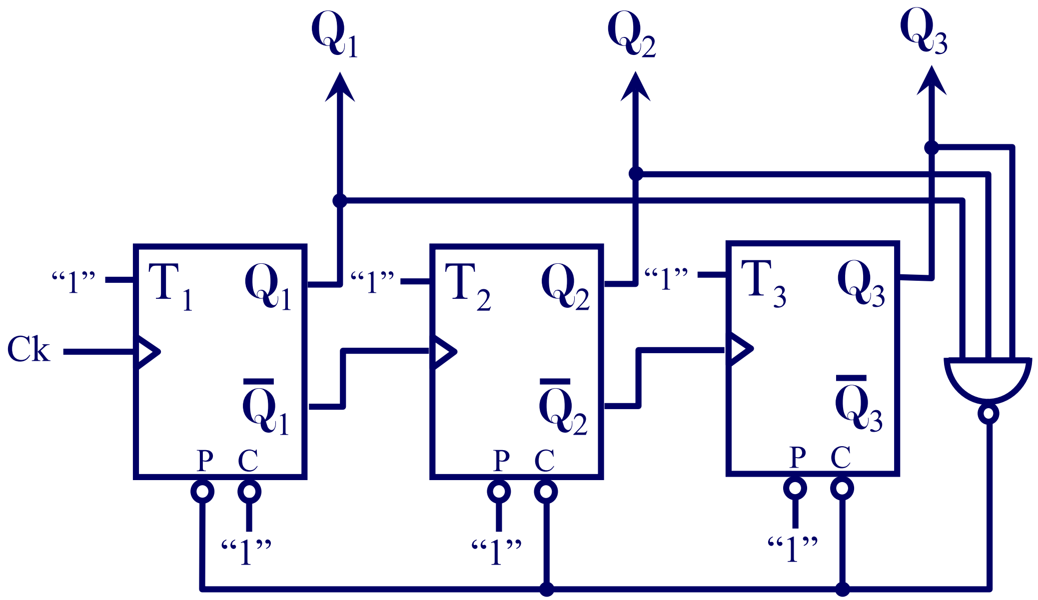



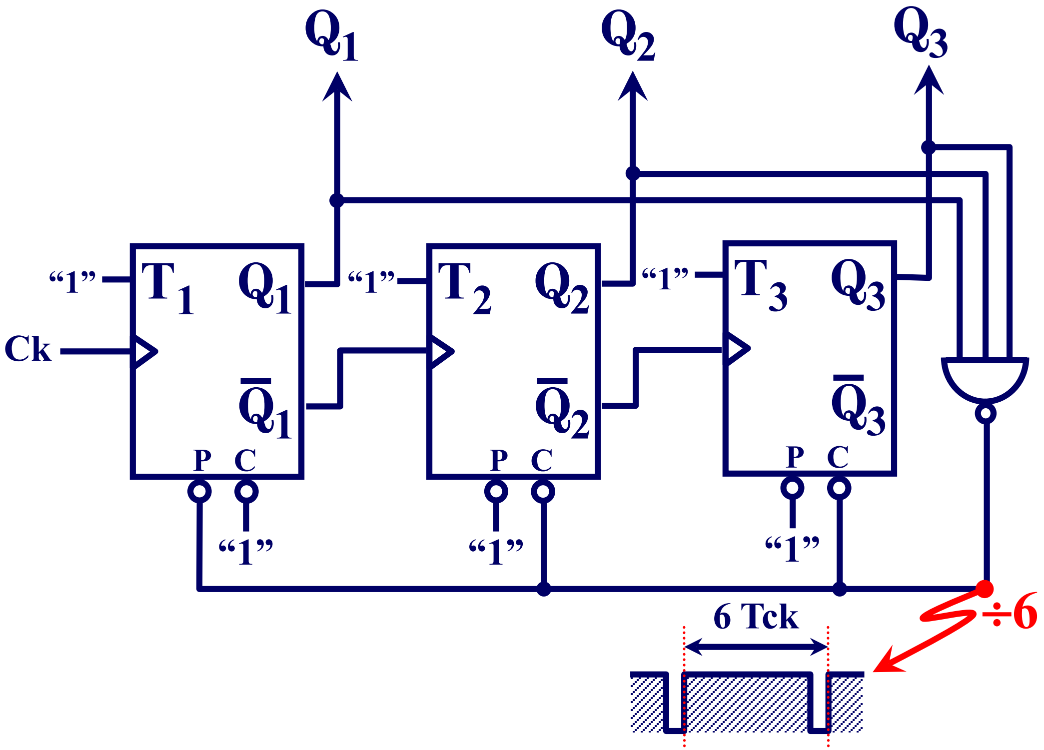

**Contador "UP" de módulo 10 ≡ Contador "UP" BCD Nat. (decimal)**

# Problema 5. Análisis de un contador asíncrono truncado

**Obtener, razonadamente, el grafo de estados (diagrama de flujo) del circuito de la figura.**



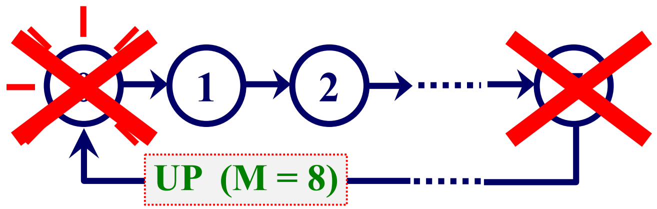
## Solución




**estado detectado**: $111_{(2}$

**reset con** $111_{(2} = 7_{(10}$

**Inicialización en**: $001_{(2} = 1_{(10}$

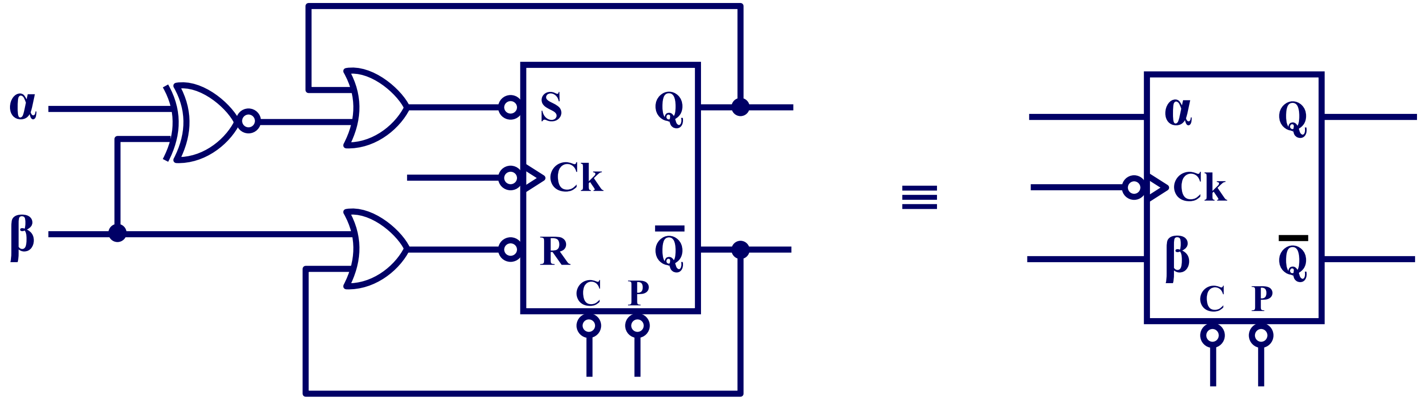



**M' = 6**

$Q_i^{t+1} = T_i \oplus Q_i^t = \text{“1”} \oplus Q_i^t = \bar{Q}_i^t$ **y viendo la forma en que están sincronizados los biestables podemos asegurar que se trata de un "contador asíncrono UP de módulo 6" (inicialización asíncrona desde el estado 7 al 1 sobre un contador asíncrono de módulo 8).**

# Problema 6. Síntesis de un contador asíncrono

**La figura muestra un biestable αβ implementado a partir de un biestable RS-NAND.**




a) **Obtener la tabla de transiciones y la ecuación de próximo estado, $Q^{t+1}$, de dicho biestable.**

b) **Utilizando biestables αβ y las puertas lógicas que necesite, implementar un contador BCD Aiken (2421) <u>asíncrono</u> de módulo 10.**

c) **Implemente, con los bloques funcionales del apartado anterior y las puertas lógicas que necesite, un contador BCD Aiken de módulo 100. Indicar y justificar claramente los factores de división que se obtienen en cada una de las salidas de dicho contador**

**Solución:**

a) $\left.\begin{array}{l} S^t = (\alpha^t \odot \beta^t) + Q^t \\ R^t = \beta^t + \overline{Q}^t \end{array}\right\} \Rightarrow$

| $\alpha^t$ | $\beta^t$ | $Q^t$ | $S^t$ | $R^t$ | $Q^{t+1}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

| $\alpha^t$ | $\beta^t$ | $Q^{t+1}$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | $\overline{Q}^t$ |
| 1 | 1 | $Q^t$ |

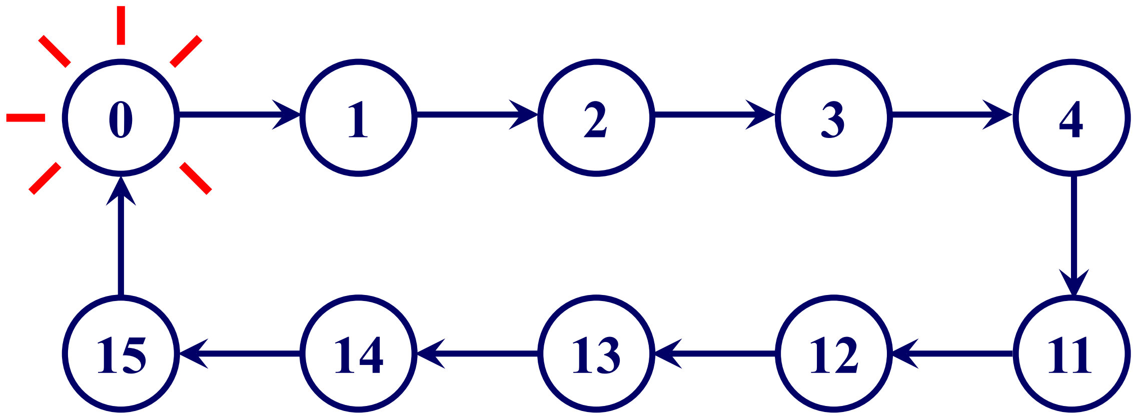
| $\alpha^t$ \ $\beta^t Q^t$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 3 | 1 2 |
| 1 | 1 4 | 5 | 1 7 | 6 |

$$Q^{t+1}_{\alpha\beta} = \sum_3 (2, 3, 4, 7) = \overline{\alpha}^t\beta^t + \beta^t Q^t + \alpha^t\overline{\beta}^t\overline{Q}^t$$

# Problema 6. Síntesis de un contador asíncrono (Cont.)

**b) Considerando el código BCD Aiken (2421), será preciso implementar un contador asíncrono que describa la secuencia:**

| BCD Aiken | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |




**Para generar dicha secuencia, implementaremos en primer lugar un contador asíncrono ascendente de módulo 16, y <u>por medio de las entradas de Preset y Clear forzaremos un salto del estado 5 al 11</u> (suprimiendo de esta manera los estados 5, 6, 7, 8, 9 y 10, del grafo de dicho contador).**

# Problema 6. Síntesis de un contador asíncrono (Cont.)

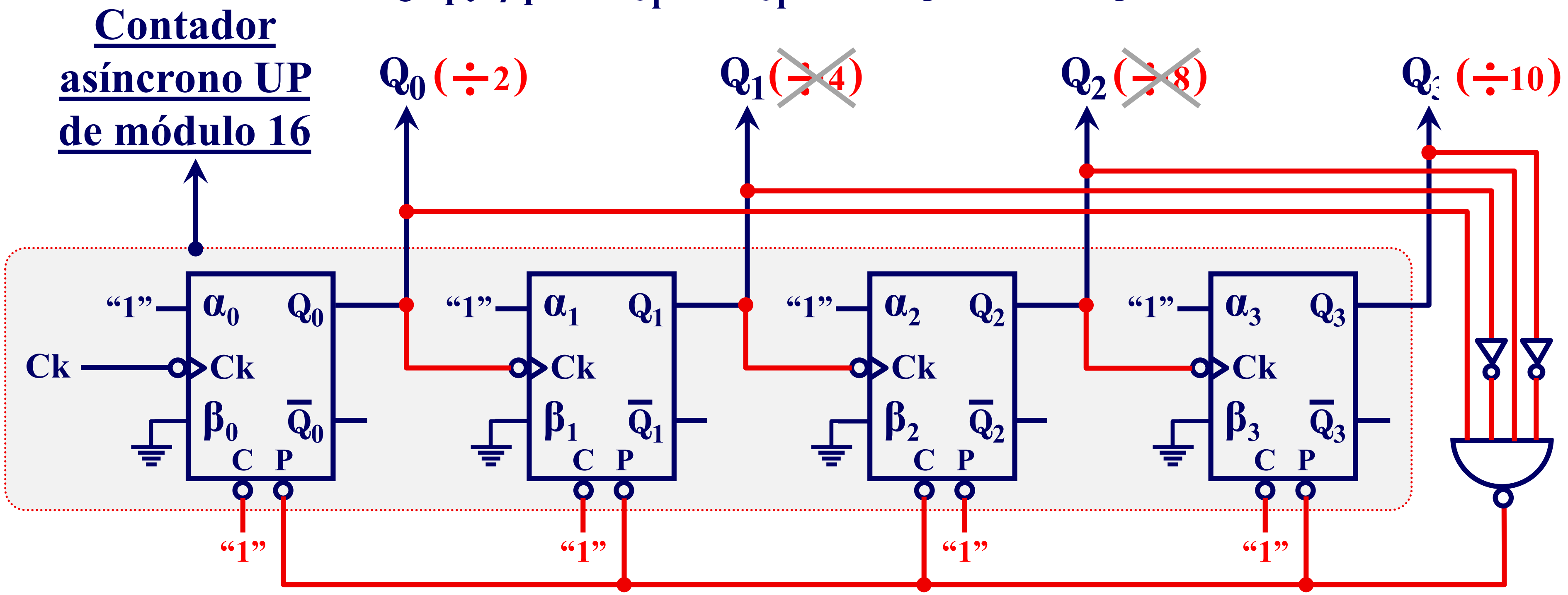
**Considerando la estructura general de un contador UP asíncrono con biestables síncronos por flanco de bajada y la ecuación de próximo estado de nuestro biestable αβ, el contador pedido será:**

$$Q_{\alpha\beta}^{t+1} = \bar{\alpha}^t\beta^t + \beta^tQ^t + \alpha^t\bar{\beta}^t\bar{Q}^t$$

4 → 11

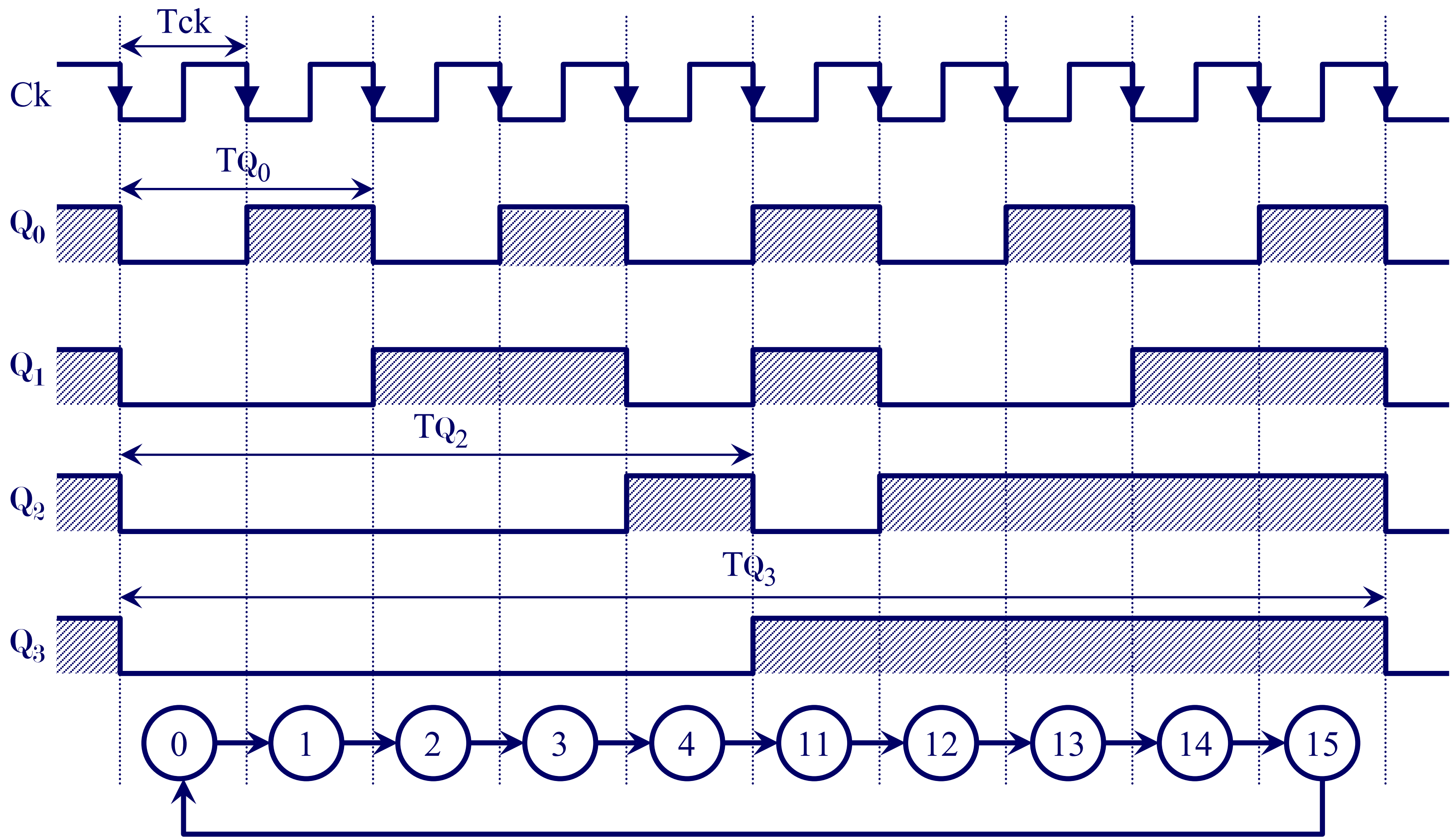
| $\alpha^t$ | $\beta^t$ | $Q^{t+1}$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | $\bar{Q}^t$ |
| 1 | 1 | $Q^t$ |

$$¿\alpha_i \text{ y } \beta_i? \;/\; Q_i^{t+1} = \bar{Q}_i^t \;\Rightarrow\; \alpha_i = \text{“1” y } \beta_i = \text{“0”}$$




**Contador asíncrono BCD Aiken de módulo 10**

## c) Cronograma para el contador BCD Aiken de módulo 10:



# Problema 6. Síntesis de un contador asíncrono (Cont.)

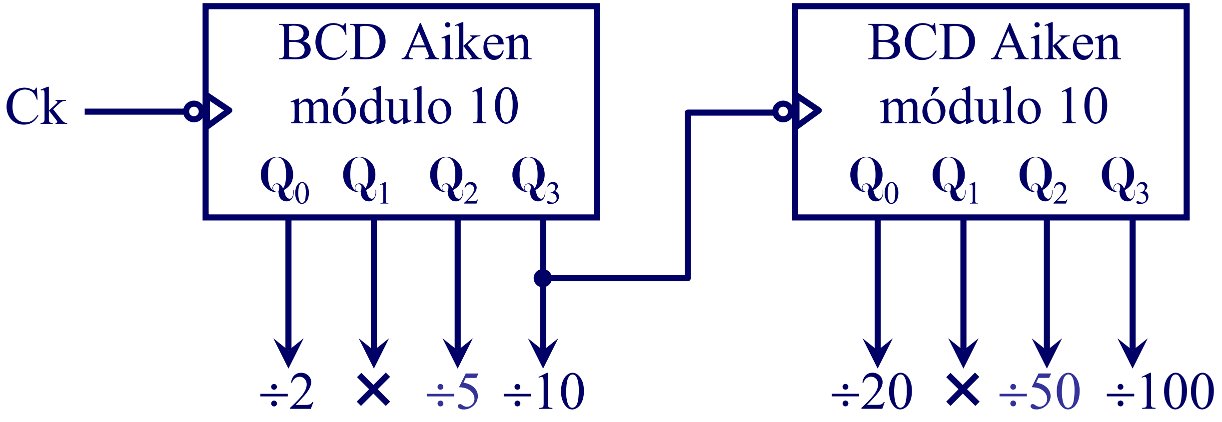
**En el cronograma se aprecia que solo las salidas $Q_0$, $Q_2$ y $Q_3$ son válidas como salidas divisoras, obteniendo los siguientes factores de división para un contador BCD Aiken de módulo 10:**

$$TQ_0 = 2Tck \Rightarrow fQ_0 = fck / 2 \ (\div 2)$$

$$TQ_2 = 5Tck \Rightarrow fQ_2 = fck / 5 \ (\div 5)$$

$$TQ_3 = 10Tck \Rightarrow fQ_3 = fck / 10 \ (\div 10)$$

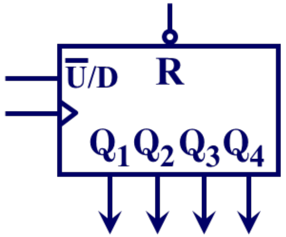
**Finalmente, considerando que al concatenar dos contadores se verifica el producto de factores (o módulos), el contador BCD Aiken de módulo 100 pedido será:**



# Problema 7. Síntesis de un contador con bloques funcionales

**Implementar, con bloques funcionales como el indicado y la lógica adicional que precise, un circuito divisor por 9 y 54.**

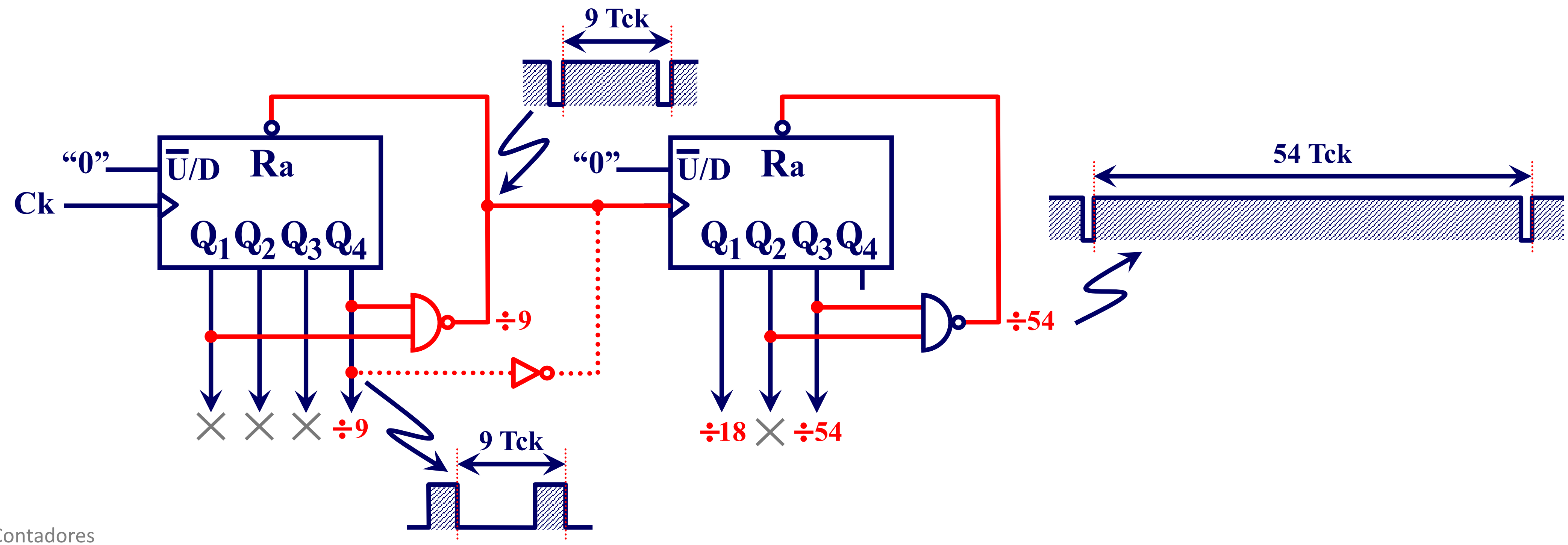
Nota: R resetea los biestables




**Los factores buscados son 9 y 54 (9 x 6), habrá que concatenar dos contadores de módulos 9 y 6.**

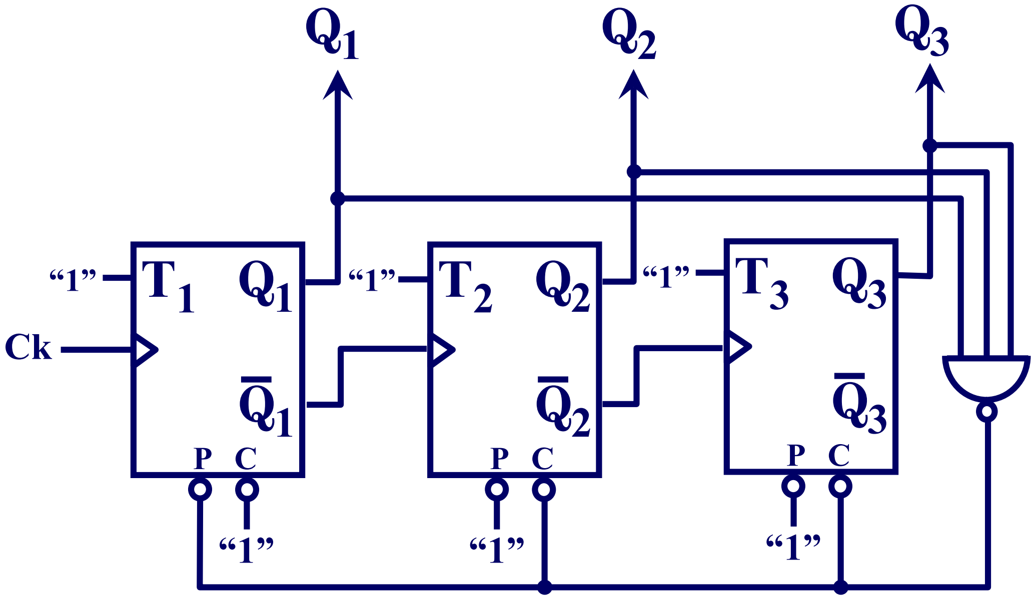
$M_1 = 9_{(10} = 1001_{(2} \equiv 1xx1_{(2}$ estado a detectar.

$M_2 = 6_{(10} = 0110_{(2} \equiv x11x_{(2}$ estado a detectar.



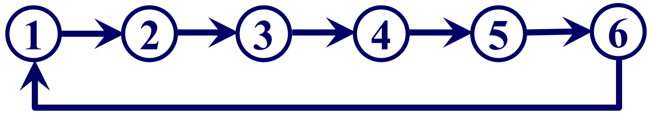
# Problema 8. Síntesis de un contador con bloques funcionales

**Utilizando bloques funcionales como los de la figura, si es factible, implemente un circuito que divida en frecuencia por los factores 6, 12 y 36.**



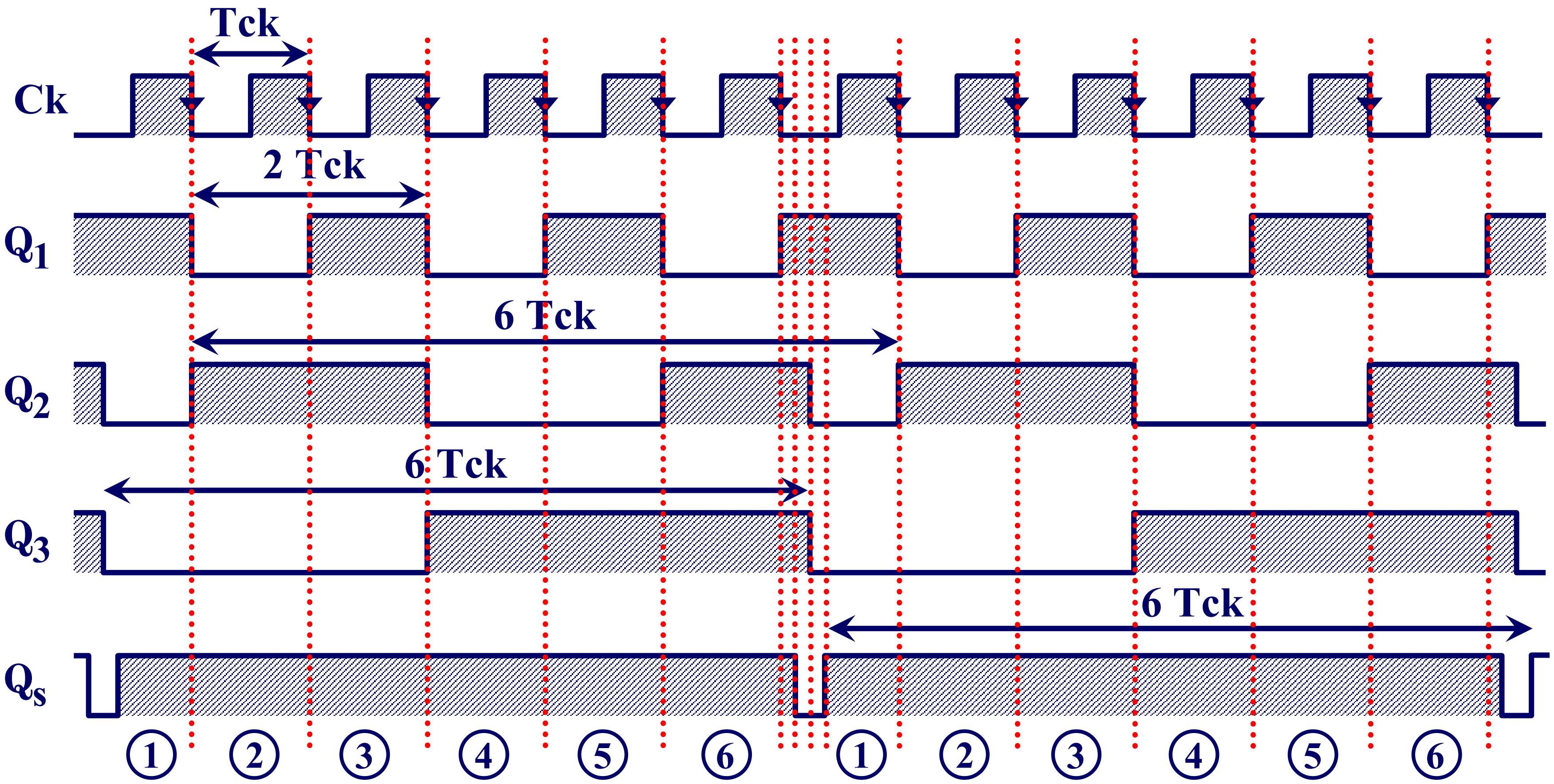

**<u>Solución</u>:**

**$Q_i^{t+1} = T_i \oplus Q_i^t = \text{“1”} \oplus Q_i^t = \bar{Q}_i^t$ y viendo la forma en que están sincronizados los biestables podemos asegurar que se trata de un “<u>contador asíncrono UP de módulo 6</u>” (inicialización asíncrona desde el estado 7 al 1).**




**<u>Existirán salidas divisoras en frecuencia por los factores 2 ($Q_1$) y 6 ($Q_3$ y $Q_s$)</u>.**

**Como comprobación obtenemos el cronograma en las salidas del circuito:**




$T_{Q_1} = 2\ Tck \Rightarrow f_{Q_1} = fck / 2$

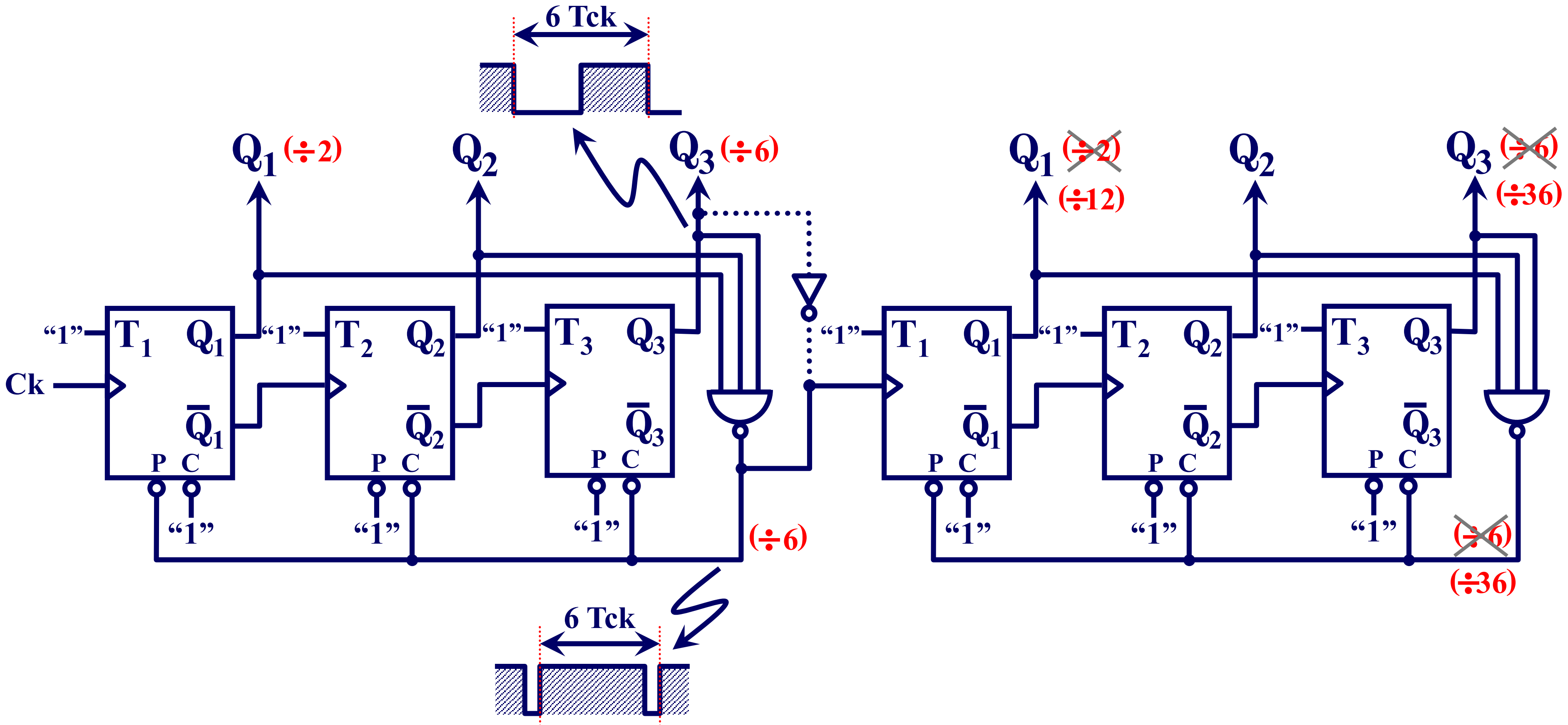
$T_{Q_2} = 6\ Tck \Rightarrow$ NO DIVISORA

$T_{Q_3} = T_{Q_S} = 6\ Tck \Rightarrow f_{Q_3} = f_{Q_S} = fck / 6$

# Problema 8. Síntesis de un contador con bloques funcionales (Cont.)

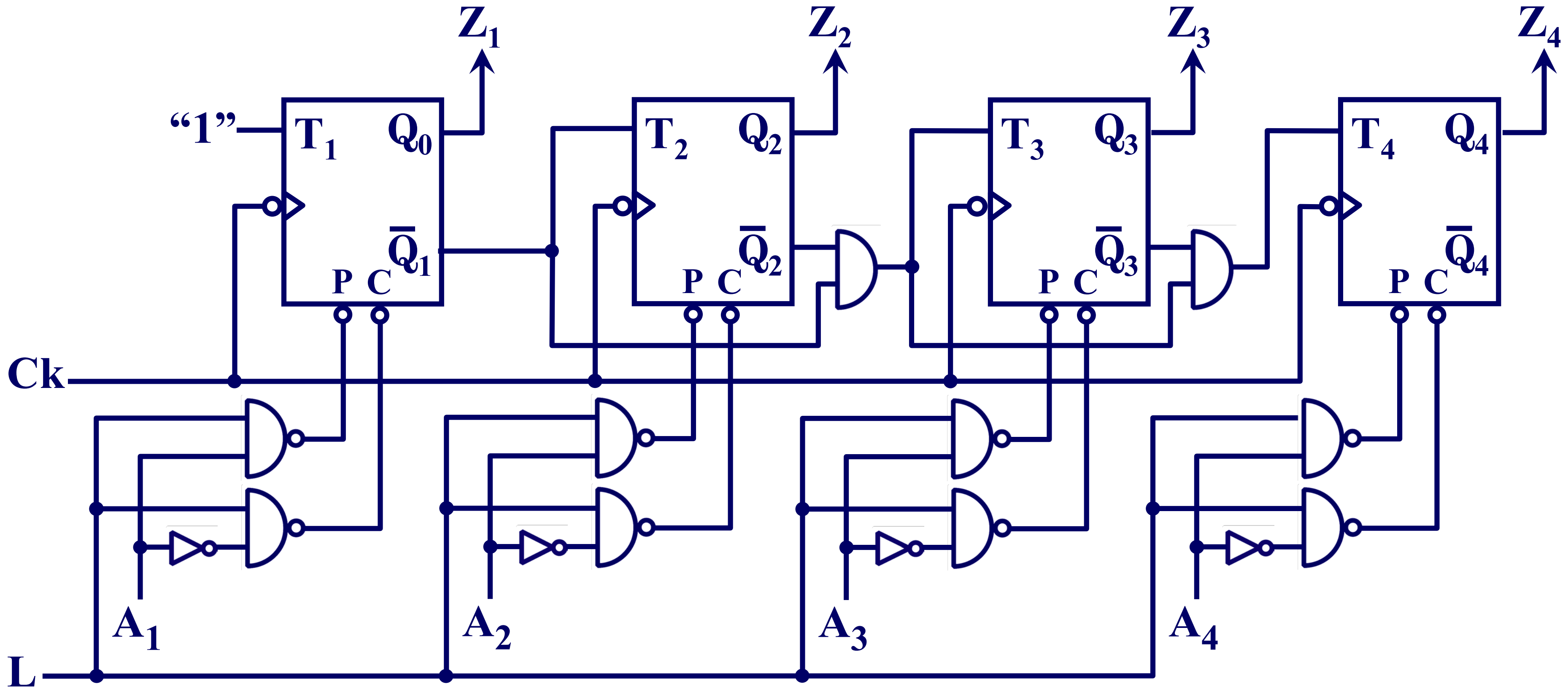
**Utilizando el método de descomposición factorial:**

$$\left.\begin{array}{l} 12 = 6 \times 2 \\ 36 = 6 \times 6 \end{array}\right\}$$

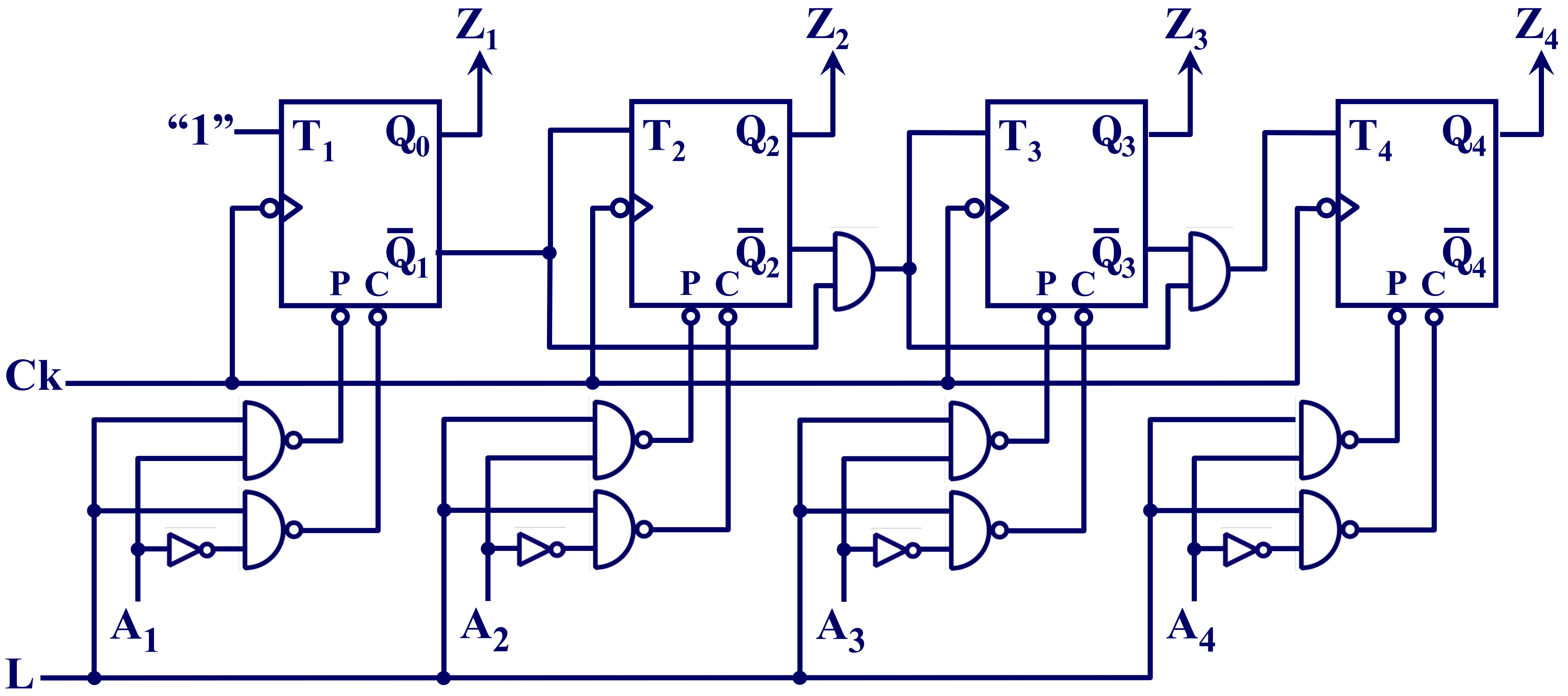


# Problema 9. Análisis de un circuito síncrono

**Analice el circuito de la figura adjunta e indique el cometido de las entradas L y Ai. Represente su bloque funcional**

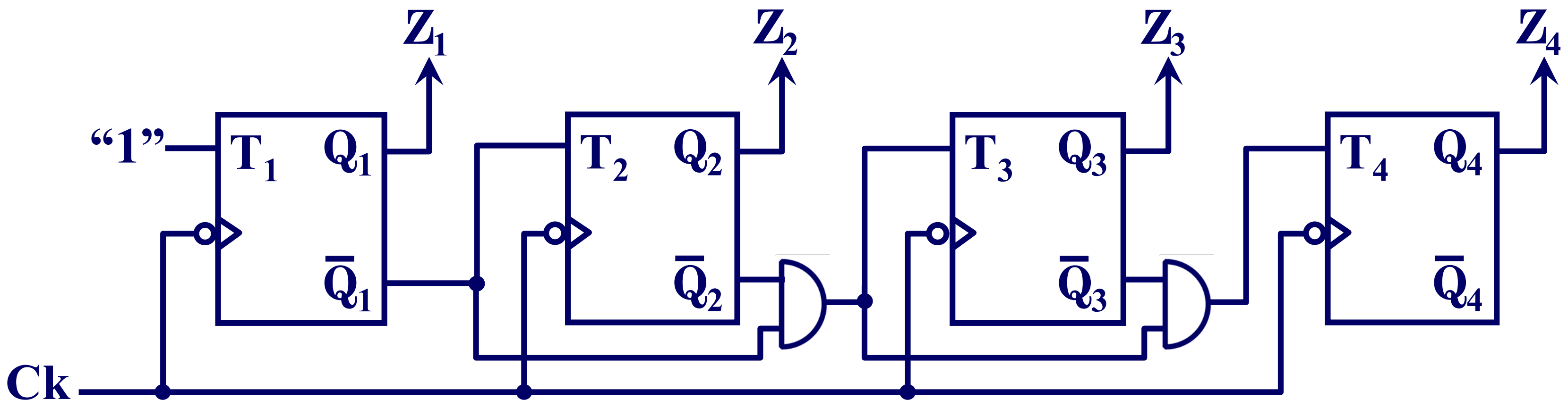


**Solución**




**Se trata de un contador síncrono decendente de M=16 ya que** $J_n = K_n = \overline{Q}^t_{n-1}\overline{Q}^t_{n-2} \cdots \overline{Q}^t_2\overline{Q}^t_1 = \prod_{i=1}^{n-1} \overline{Q}^t_i$

**Solución:** análisis de la parte síncrona




1 **Ecuaciones de salida:** $Z_i^t = Q_i^t$

2 **Ecuaciones de entrada a los biestables o de excitación:** ⇨

$$T_1^t = \text{“1”}$$
$$T_2^t = \overline{Q}_1^t$$
$$T_3^t = \overline{Q}_2^t\,\overline{Q}_1^t$$
$$T_4^t = \overline{Q}_3^t\,\overline{Q}_2^t\,\overline{Q}_1^t$$

3 **Ecuaciones de próximo estado:**

$$Q_1^{t+1} = T_1^t \oplus Q_1^t = \text{“1”} \oplus Q_1^t = \overline{Q}_1^t$$
$$Q_2^{t+1} = T_2^t \oplus Q_2^t = \overline{Q}_1^t \oplus Q_2^t = Q_2^t \oplus \overline{Q}_1^t$$
$$Q_3^{t+1} = T_3^t \oplus Q_3^t = (\overline{Q}_2^t\,\overline{Q}_1^t) \oplus Q_3^t = Q_3^t \oplus (\overline{Q}_2^t\,\overline{Q}_1^t)$$
$$Q_4^{t+1} = T_4^t \oplus Q_4^t = (\overline{Q}_3^t\,\overline{Q}_2^t\,\overline{Q}_1^t) \oplus Q_4^t = Q_4^t \oplus (\overline{Q}_3^t\,\overline{Q}_2^t\,\overline{Q}_1^t)$$

**Solución:**

**4 Tabla de transiciones:**

$$\left.\begin{aligned}
Q_1^{t+1} &= \overline{Q}_1^t \\
Q_2^{t+1} &= Q_2^t \oplus \overline{Q}_1^t \\
Q_3^{t+1} &= Q_3^t \oplus (\overline{Q}_2^t \overline{Q}_1^t) \\
Q_4^{t+1} &= Q_4^t \oplus (\overline{Q}_3^t \overline{Q}_2^t \overline{Q}_1^t)
\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\text{Sí } Q_4^t = 0 \Rightarrow Q_4^{t+1} = \overline{Q}_3^t \overline{Q}_2^t \overline{Q}_1^t = \overline{Q_3^t + Q_2^t + Q_1^t} \\
&\text{Sí } Q_4^t = 1 \Rightarrow Q_4^{t+1} = \overline{\overline{Q}_3^t \overline{Q}_2^t \overline{Q}_1^t} = Q_3^t + Q_2^t + Q_1^t
\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\text{Sí } Q_3^t = 0 \Rightarrow Q_3^{t+1} = \overline{Q}_2^t \overline{Q}_1^t = \overline{Q_2^t + Q_1^t} \\
&\text{Sí } Q_3^t = 1 \Rightarrow Q_3^{t+1} = \overline{\overline{Q}_2^t \overline{Q}_1^t} = Q_2^t + Q_1^t
\end{aligned}\right\}$$

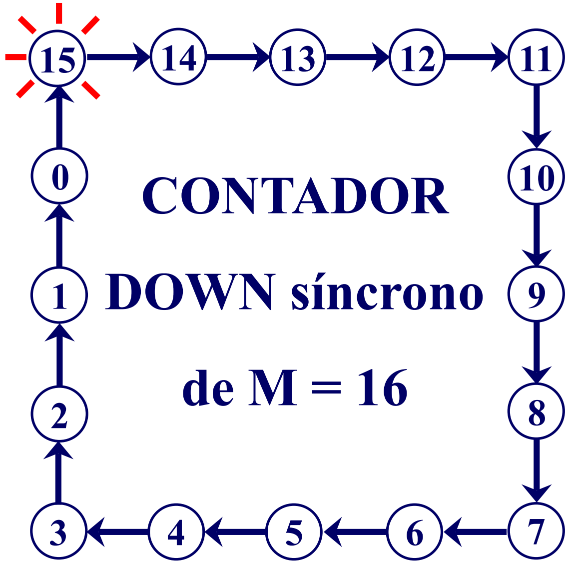
$$\left.\begin{aligned}
&\text{Sí } Q_2^t = 0 \Rightarrow Q_2^{t+1} = \overline{Q}_1^t \\
&\text{Sí } Q_2^t = 1 \Rightarrow Q_2^{t+1} = Q_1^t
\end{aligned}\right\}$$

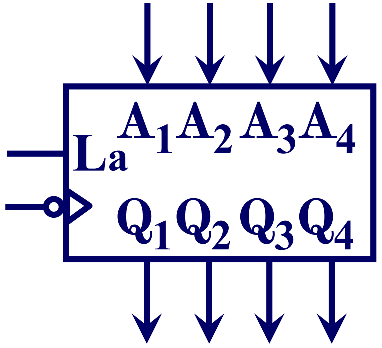
| $Q_4^t$ | $Q_3^t$ | $Q_2^t$ | $Q_1^t$ | $Q_4^{t+1}$ | $Q_3^{t+1}$ | $Q_2^{t+1}$ | $Q_1^{t+1}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

# Problema 9. Análisis de un circuito síncrono (Cont.)

**Solución**

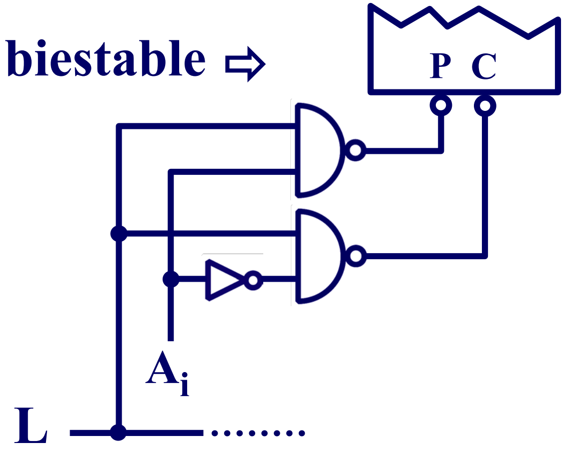
**5 Grafo de estados:**




BLOQUE FUNCIONAL

**Análisis de la parte asíncrona del circuito: para cada biestable ⇨**




$$P_i = \overline{L\,A_i} \qquad C_i = \overline{L\,\overline{A_i}}$$

⇨

| L | Ai | Pi | Ci |
|---|---|---|---|
| 0 | x | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |

⇨

| L | $Q_i^t$ |
|---|---|
| 0 | $Q_i^t$ |
| 1 | $A_i$ |

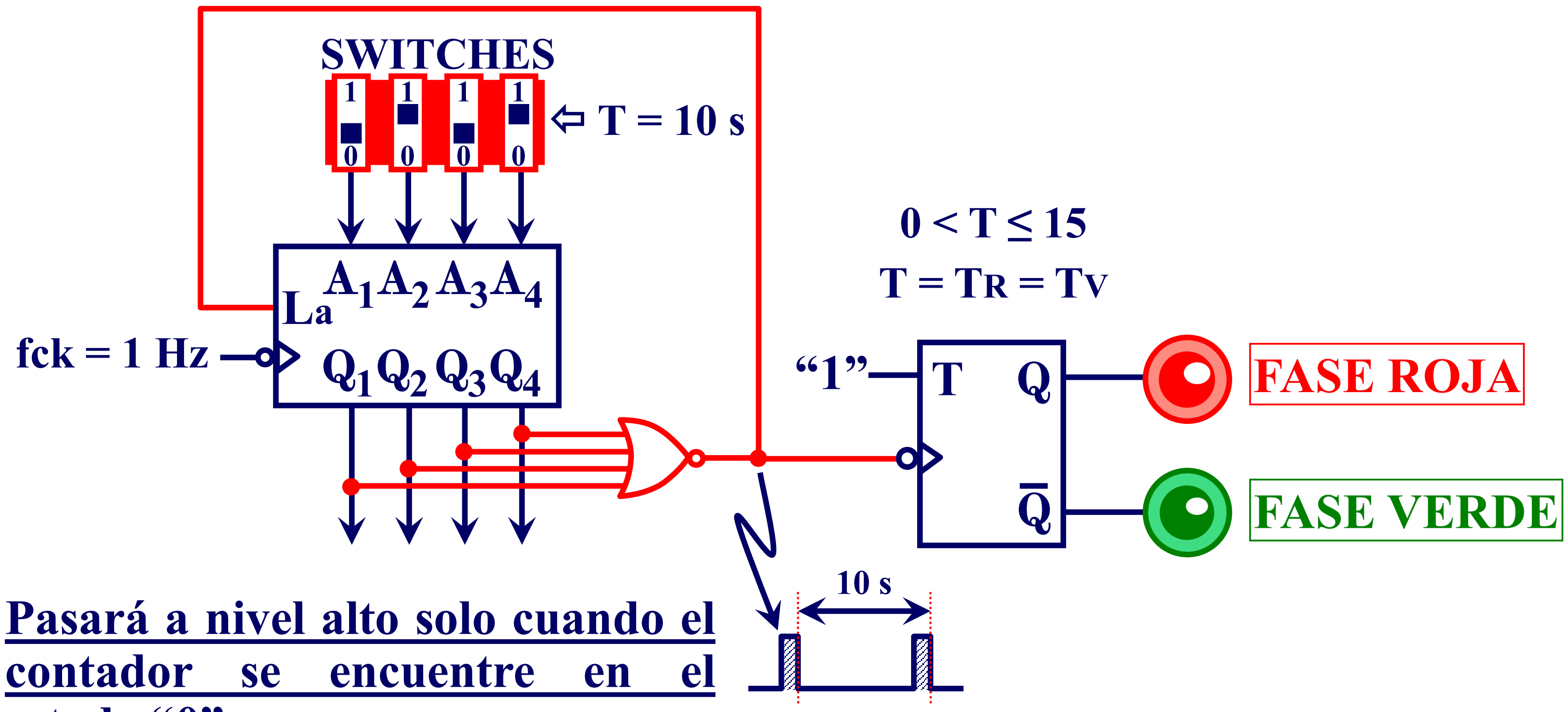
**L: "entrada de carga asíncrona activa a nivel alto"**

**Ai: "entrada de datos para el biestable i-ésimo"**

# Problema 10. Aplicación de un circuito síncrono

**Implemente con el contador síncrono del problema anterior (9) y la lógica que precise** (combinacional y secuencial) **un sistema que controle un semáforo de dos fases, roja y verde, cuya duración, T = $T_{ROJA}$ = $T_{VERDE}$, sea programable, por medio de unos "switches", entre 1 y 15 segundos**

**Solución:**




**Pasará a nivel alto solo cuando el contador se encuentre en el estado "0".**